FFT 畳み込みを用いたミクセル分布の計算
Calculation of Mixel Distribution Using FFT Convolution

北本 朝展　　　　高木 幹雄
Asanobu KITAMOTO　　**Mikio TAKAGI**
東京大学生産技術研究所
Institute of Industrial Science, University of Tokyo

1　はじめに

画素は原子的な存在ではなく内部構造を有する—従来の多くの画像処理手法の基本的前提は、1 画素の内部は 1 つの分類クラスで均質に構成されているという仮定である。しかし、特にリモートセンシング画像のように解像度が粗いセンサで観測した画像では、しばしば 1 画素の内部にさえ複数の分類クラスを含むことがある。このように不均質な画素「ミクセル」の統計的性質について考察する。紙面の都合上ミクセル分布の詳細な説明は省略し ([1] を参照)、本論文では一般的な確率密度関数の場合のミクセル分布を算出する。

2　ミクセル分布

図 1 のような 2 クラスミクセル、すなわち図 1 左のように、ある範囲内に 2 クラスの領域が隣接して存在する場合を考える。この範囲を解像度が粗いセンサを通して 1 画素として観測しよう。このとき、その範囲からの観測値 r が

$$r = ax_1 + (1-a)x_2 \tag{1}$$

として観測されるという線形モデルを考える。ここで、x_i は領域 i からの観測値であり、これがある確率密度 p_i に従う確率変数 X_i の実現値であると仮定する。また a $(0 < a < 1)$ は領域 1 の面積占有率とする。X_i が確率変数であるという仮定から、r もある確率変数 R の実現値となる。そこで R の従う確率密度 p_r について考察することが本研究の目的となる。

まず面積占有率を a に固定した時の確率密度 $p_r(r|a)$ は以下の畳み込みで計算できる。

$$p_r(r|a) = \int_{-\infty}^{\infty} q_1(r-t)q_2(t)\mathrm{d}t = q_1(r) * q_2(r) \tag{2}$$

ここで $q_1(x) = p_1(ax)$ および $q_2(x) = p_2((1-a)x)$ である。しかしより現実的なモデルとするために、面積占有率をランダムに変化させてみよう。このときの確率密度 $p_r(r)$ は以下の積分で求められる。

$$p_r(r) = \int_0^1 p_r(r|a)u(a)\mathrm{d}a \tag{3}$$

ここで $u(a)$ は面積占有率分布であるが、本論文では一様分布 $u(a) = 1$ の場合のみを扱う。式 (2) の計算に関して、p_i がすべて安定分布の場合については [1] ですでに議論した。そこで本論文では [1] の方法を拡張し、一般的な確率密度関数の場合について、FFT (Fast Fourier Transform) を用いた計算法を述べる [2]。

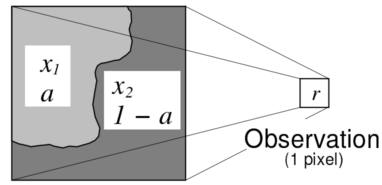

図 1: 2 クラスミクセルのモデル。

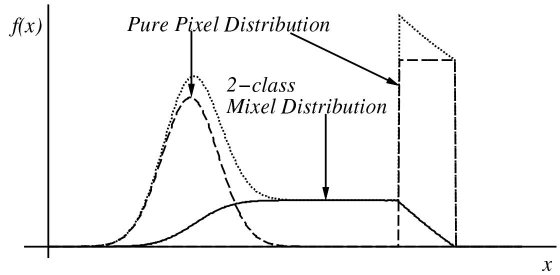

図 2: 正規分布と一様分布を用いた場合の 2 クラスミクセル分布の例。

3　FFT を用いた畳み込み

式 (2) の畳み込みに関しては、関係式 $q_1(x) * q_2(x) \leftrightarrow Q_1(f)Q_2(f)$ が成立する。ただし $Q_i(f)$ は $q_i(x)$ のフーリエ変換である。さて本論文で扱う $q_i(x)$ は離散的な関数である。離散的な畳み込み演算は直接計算するよりも FFT を経由した方が一般的には高速であることから、式 (2) は FFT を用いて計算する [2]。ここで前もって $q_i(x)$ を計算しておくために、a の値に合わせて $p_i(x)$ を再サンプリングする (例 $q_1(x) = p_1(ax)$)。$p_i(x)$ の関数形が既知であれば単純な再サンプリングでよいが、$p_i(x)$ の関数形が未知の場合は新しいサンプリング間隔に合うように関数を補間する必要がある。

4　結果

まず p_i が両方とも正規分布の場合について、本論文の手法が文献 [1] とほぼ同じ結果を出すことを確認した。次に文献 [1] では計算できなかった、正規分布と一様分布とのミクセル分布を図 2 に示す。以上のように一般的な確率密度関数の場合も、FFT 畳み込みを用いてミクセル分布が計算できることを示した。

[1] 北本朝展, 高木幹雄. **ミクセルが存在する場合の混合密度推定**. **信学技報**, Vol. PRU95-202, pp. 33–40, 1996.

[2] Brigham, E.O. **The Fast Fourier Transform**. Prentice-Hall, 1974.