

ミクセルが存在する場合の混合密度推定

北本 朝展 高木 幹雄

東京大学生産技術研究所

〒106 東京都港区六本木 7-22-1

03-3402-6231 内2647

kitamoto@tkl.iis.u-tokyo.ac.jp

「ミクセル」とは1画素内に複数の分類クラスを含む不均質な画素である。本研究ではミクセルが示す統計的性質を考察し、ミクセルが存在する場合の混合密度推定の理論を展開する。まずミクセルの統計的性質を分析するうえで、安定分布の概念が本質的な重要性を持つことを示し、さらにミクセル分布という新しい確率モデルを理論的に導出する。そしてミクセル分布を含む混合密度推定の手法をリモートセンシング画像の分類に応用し、正規分布とそのミクセル分布だけを用いて裾の重い分布を適切に表現できた。

ミクセル · 混合密度推定 · 安定分布 · 画像分類 · 確率モデル

Mixture Density Estimation In the Presence of Mixels

ASANOBU KITAMOTO AND MIKIO TAKAGI

Institute of Industrial Science, University of Tokyo

7-22-1, Roppongi, Minato-ku, Tokyo 106

03-3402-6231 Ext.2647

kitamoto@tkl.iis.u-tokyo.ac.jp

“Mixel” is a heterogeneous pixel which consists of more than two classification classes. This paper discusses the statistical properties of mixels, and also develops the theory of mixture density estimation in the presence of mixels. First we show the essential importance of the concept of stable distributions with regard to the analysis of mixels; next we derive a new statistical model called mixel distribution from a theoretical viewpoint. The application of the proposed mixture density estimation method to the classification of remote sensing images indicates the appropriateness of this method for the representation of long-tail distribution with using normal distributions and its mixel distributions only.

mixel, mixture density estimation, stable distribution, image classification, probabilistic model

1 はじめに

従来の多くの画像処理手法の基本的前提は、1画素の内部は1つの分類クラスで均質に構成されているという仮定である。しかしこの仮定は一般的には正しくない。特にリモートセンシング画像のように解像度が粗いセンサで観測した画像では、1画素の内部はしばしば均質ではなく、その中に複数の分類クラスを含む場合がある。このように不均質な画素「ミクセル」が画像中に存在する場合には、その性質がピュアピクセルのみの画像とは異なるために分類精度が悪化することがある。本研究の大きな特徴は、このようなミクセルの存在を考慮し、ミクセルが存在する場合の混合密度推定を扱った点にある。

以前からミクセルの存在自体は確かに認識されていたが(例えば文献 [1] や [2])、その影響は単に雑音として考慮されることが多かった。しかし本研究では別のアプローチをとる。すなわち、ミクセルは何らかの雑音の結果として生じるものではなく、むしろセンサの解像度が有限であることから発生する、と考えるのである。このような定式化に基づいて、本研究では新たな確率モデルとして「ミクセル分布」を提案し、これを用いてミクセルの存在による影響を適切に解析する。と同時に、これまでたびたび観測されてきたいわゆる「裾の重い」分布に対しても、そのあらたな解釈を提案する。

2 ミクセル分布

2.1 ピュアピクセルとミクセル

自然界を観測した画像において個々の画素の画素値は、対象物のある範囲からの反射を反映したものである。特に本研究が対象としている NOAA-AVHRR センサで観測した画像の各画素は、センサの瞬時視野 (instantaneous field of view : IFOV) からの電磁波の反射であると考えられる。この瞬時視野の大きさを、今後は解像度または観測スケールとよぶことにする。

センサで観測された画像は、一般的に複数の領域から構成されている。ここで領域の定義は必ずしも明確ではないが、ある判断規準のもとでは「均質」であると判断される画素の連結要素を指すとしよう。また、画像中には類似した性質を示す複数の領域が存在するため、これらをまとめてクラスとよぶ。このとき、瞬時視野内がすべて同一のクラスに属する物質で構成されているような均質な画素をピュアピクセル (pure pixel) とよぼう。しかしセンサの解像度が有限であるために、一般的に画像中の画素はすべてがピュアピクセルとなるわけではない。すなわち、別のクラスに属する領域間の境界付近に対応する画素では、複数の異なる性質を示す領域が観測後は1画素として観測されるため、その画素の性質は複数

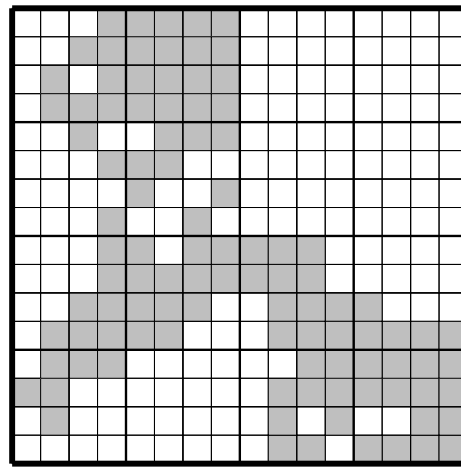


図1: ズーミングにより発生するミクセルの例。白色と灰色は別の分類クラスに対応した画素である。

表1: 図1の場合の、ブロックの画素数とミクセル率の関係。ミクセル率とはミクセルの画素数を全画素数で割ったものである。

ブロックの画素数	ミクセル率
1	0%
4	37.5%
16	62.5%
64	75%
256	100%

の性質が混ざりあったものとなる。このように複数クラスを瞬時視野内に含む不均質な画素をミクセル (mixel) とよぶ。つまり画素には内部構造が存在することを前提に、不均質な内部構造を持つ画素をミクセルに分類するわけである。

例1 図1を、センサの解像度を変化させて観測したとしよう。このときセンサの解像度が図1の1画素に等しいものであれば、観測画像の画素はすべてピュアピクセルとなり、ミクセルが存在しない理想的な画像となる。しかしセンサの解像度を粗くして図1の画素ブロックを観測画像の1画素として観測するとミクセルが発生する。このようなセンサの解像度とミクセル率との関係を表1に示した。極端な場合として図1を1画素として観測すれば、その画素は当然ミクセルとして観測されミクセル率は100%となる。

例1から明らかのように、ミクセルの発生はセンサの解像度が有限であることに大きく関係している。まず画像中の画素をすべてピュアピクセルとして観測できるような仮想的な高解像度センサを考え、この解像度を「理想的な解像度」とよぼう。しかし現実のセンサはこれほどの高解像度ではないため、画像中には必然的にミクセルが出現する。つまり領域

表 2: 種々の 1 次元確率密度関数に対応する積率母関数。

分布	確率密度関数	積率母関数
正規分布 $N(\mu, \sigma)$	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$	$\varphi(t) = e^{\mu t - \frac{\sigma^2}{2} t^2}$
コーシー分布 $C(m, c)$	$f(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{c}{(x-m)^2 + c^2}$	$\varphi(t) = e^{mt - ct t }$
一様分布 $U(a, b)$	$f(x) = \frac{1}{b-a} (a \leq x \leq b)$	$\varphi(t) = \frac{e^{bt} - e^{at}}{(b-a)t}$

の輪郭の空間的変動のスケールとセンサの解像度との相対的関係が重要である。このようなセンサの解像度と画像の性質との関係は決して見過ごせない問題であるにもかかわらず、従来はあまり注目されなかった。そこで本研究では、センサの解像度と画像の性質との関係に焦点を合わせる。

直観的に考えると、解像度が粗くなればなるほど画像中に占めるミクセルの割合は増加するだろう。また雲のように輪郭がフラクタル的の形状の物体が画像中に存在する場合、ミクセルの割合はさらに大きくなるのが予想される¹。このようにミクセル率の高いリモートセンシング画像に対しては、ミクセルを考慮した画像処理手法が必須となる。

2.2 ズーミング

まず最初に、理想的な解像度で観測された画像を考える。このとき画像中に存在する大きな領域に注目し、その領域のクラスを C_i 、そのクラスの確率密度を p_i とする。さてこの領域に属する任意の画素 j は、確率密度 p_i に従う独立な確率変数 X_j の実現値 x_j であると考え。なお今後は記述の繁雑さを防ぐため、明らかな場合は確率変数 X_i とその実現値 x_i とを区別せずに表記する。

ここで観測する解像度を変化(ズーミング)させてみよう。例えばセンサの解像度を $1/r$ 倍 (r は自然数) にする。このとき新しい観測画像の画素値 x_{new} は、もとの画像の $r \times r = r^2$ 画素ブロックの画素値 x_i ($i = 1, \dots, r^2$) を平均化したもの—つまりこれらの画素値の間には

$$x_{\text{new}} = \sum_{i=1}^{r^2} \frac{1}{r^2} x_i \quad (1)$$

という線形関係が成り立つと仮定する。ここで X_i がすべて確率変数であるという仮定から、 X_{new} も確率変数となる。

ここで r^2 個の画素がすべて同一クラスに属する場合を考えよう。このとき、新たな画素に対応する瞬時視野はすべて同一クラスに属しているので、新たな画素はピュアピクセルとなる。すると、ピュアピ

¹ 例えば LANDSAT-TM センサの場合はミクセル率 10.7% と見積もった研究がある [3]。

クセルの画素値の確率変数 X_{new} は、どのような確率密度 p_{new} に従うだろうか。

2.3 安定分布と積率母関数

一般的には p_{new} と p_i の形が同じ、つまりクラスの確率密度が観測スケール不変となる保証はない。しかし確率密度がある特別な関数クラスに属する場合は、観測スケール不変性が保証される。このような特別な分布が安定分布 (stable distribution) である [4]。

定義 1 X, X_1, X_2, \dots は共通の分布 R を持つ互いに独立な確率変数とし、 $S_n = X_1 + \dots + X_n$ とする。このとき分布 R が各 n に対して

$$S_n \stackrel{d}{=} c_n X + \gamma_n \quad (2)$$

となるような定数 $c_n > 0$ 、 γ_n が存在していて R が原点に集中していないとき安定であるという。ただし $U \stackrel{d}{=} aV + b$ は U, V の分布が位置パラメータだけしか異なっていないことを意味する。

つまりこのような安定分布を確率モデルとして採用することには、観測スケールに依存しない解析を展開することができるという大きな利点がある。一般的に安定分布は積分型またはベキ級数展開の型によって表され、初等関数によって表現できる場合はほんの少数—正規分布やコーシー分布など—しか見出されていない。したがって安定分布の有用な性質を活用するという意味では、これらの関数を確率モデルとして採用することには本質的な理由がある。

さて次に積率母関数 (moment generating function) を導入する。確率変数 X に対応する積率母関数 $\varphi(t)$ は

$$\varphi(t) = E[e^{tx}] \quad (3)$$

で与えられる。この積率母関数に対しては以下の性質が成り立つ。 X の積率母関数が $\varphi(t)$ であることを $x \rightarrow \varphi(t)$ と表すと

$$x + a \rightarrow e^{at} \varphi(t) \quad (4)$$

$$ax \rightarrow \varphi(at) \quad (5)$$

また $x = \sum x_i$ の積率母関数 $\varphi_x(t)$ は、 X_i に対応する積率母関数を $\varphi_i(t)$ として、

$$\varphi_x(t) = \prod \varphi_i(t) \quad (6)$$

で与えられる。表2に種々の確率密度関数に対応する積率母関数を列挙する。

2.4 ピュアピクセル分布

第2.3節に述べた種々の性質を用いて、ピュアピクセルに関しての分布のスケール不変性を示すことができる。以下では具体的に計算する。

例2 理想的な解像度での画像の画素値を確率変数 X_i と表記する。この確率変数は共通な正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ をもつ独立な確率変数である。さて解像度を $1/r$ 倍に粗くしたセンサを用いて、すべてが同一分類クラスに属する $r \times r$ 個の画素ブロックを観測する。この時に観測される新たな1画素の画素値 x_{new} はある確率変数 X_{new} の実現値であると考えられる。式(1)の線形モデルを用いると、 X_{new} が従う分布の積率母関数 $\varphi_{\text{new}}(t)$ は、 X_i の分布の積率母関数 $\varphi_i(t)$ の積

$$\varphi_{\text{new}}(t) = \prod_{i=1}^{r^2} \varphi_i\left(\frac{t}{r^2}\right) \quad (7)$$

で表すことができる。そして式(7)に表2の正規分布の積率母関数を代入することにより、 X_{new} が従う確率密度として $N(\mu, \sigma^2/r^2)$ を得る。つまり解像度を変化させても分布形は正規分布のままスケール不変が成り立ち、平均が同一、分散が $1/r^2$ となる。

例3 各確率変数がコーシー分布 $C(m, c)$ に従う場合も、同様な計算により X_{new} の確率密度が X_i と全く同一の分布となることがわかる。つまりコーシー分布の場合は、センサの解像度を変化させてもパラメータも含めて密度関数が同一である、という特異なスケール不変性がある。

つまり安定分布を確率モデルとして用いる限り、どのような解像度で観測してもピュアピクセルの確率密度関数はスケール不変であると考えてよい。では一方ミクセルはどのような確率密度に従うのだろうか。

2.5 占有率を固定したミクセル分布

第2.2節で述べたように、センサの解像度が理想的な解像度よりも粗い場合には、異なるクラスに属する領域の境界付近で必然的にミクセルが発生する。ここではミクセルの統計的性質を導く。

ミクセルはその内部に複数の分類クラスを含むものである。ここでは、その内部に k 個の分類クラス C_1, \dots, C_k を含むミクセルを考え、これを k クラスミクセルと名付ける。各分類クラスは画素内でそれぞれある面積 a_i を占め、これを面積占有率とする。ただし $0 \leq a_i \leq 1$ ($i = 1, \dots, k$) であり $\sum_{i=1}^k a_i = 1$ が成り立つ。この面積占有率は、理想的な解像度で各クラスが占める画素数を n_i として $a_i = n_i/r^2$ と同じ

であるとみなすことができるが、この概念をさらに拡張して、面積占有率が上の条件を満たす任意の実数値をとると考えてもよいだろう。さらにそれぞれの分類クラスに対応する確率密度を p_1, \dots, p_k とし、これらの確率密度がスケール不変ではない場合は、理想的な解像度での確率密度を考えるものとする。

さて本研究のミクセルモデルでは、このミクセルからの観測値 x_m は、 k 個の確率変数の線形結合で表すことができると考える。すなわち

$$x_m = \sum_{i=1}^k a_i x_i \quad (8)$$

である。ここで x_i は、ミクセル内で分類クラス C_i に属する領域からの観測値であり、それ自体は確率密度 p_i に従う確率変数 X_i の実現値である。また a_i は分類クラス C_i の面積占有率である。注意すべきことは、 X_i が確率変数であるために X_m も確率変数となる点である。ではこのとき X_m はどのような確率密度 p_m に従うのだろうか。

一般的には X_m の密度関数は、 p_i ($i = 1, \dots, k$) の積率母関数を式(6)に代入することにより求められる。しかし通常はこの関数型が積分型またはベキ級数展開の形で表現されるため、さらに解析を進めていくことは容易ではない。しかし安定分布には、もし p_i ($i = 1, \dots, k$) がすべて同じ型の安定分布であれば、 p_m も同じ型の安定分布になるという非常に有用な性質がある。つまり安定分布の確率モデルを用いることには、ミクセル分布の解析を非常に容易にするという利点がある。以下では占有率を固定したときに確率変数 X_m が従う確率密度 p_m を具体的に計算する。

例4 まず各クラス C_i に対応する確率密度が、正規分布 $N(\mu_i, \sigma_i^2)$ で表される場合を考えることにしよう。式(7)と同様の計算をおこなうと、 k クラスミクセル分布は、 $\mu_m = \sum_{i=1}^k a_i \mu_i$ 、 $\sigma_m^2 = \sum_{i=1}^k a_i^2 \sigma_i^2$ というパラメータをもつ正規分布 $N(\mu_m, \sigma_m^2)$ になるという結果を得る。

例5 次に各クラス C_i に対応する確率密度関数がコーシー分布 $C(m_i, c_i)$ である場合を考える。同様の計算により k クラスミクセル分布は、 $m_m = \sum_{i=1}^k a_i m_i$ 、 $c_m = \sum_{i=1}^k a_i c_i$ というパラメータをもつコーシー分布 $C(m_m, c_m)$ となる。

このように k クラスミクセルの画素値は、ある未知の確率分布の実現値であると考えてのが適切である。ということは、このような未知の確率分布をピュアピクセルの確率分布とは全く独立に考えることが必要ではないだろうか。本研究ではこのような分布を、占有率を固定した k クラスミクセル分布 M_k^{fix} とよぶことにする。

2.6 占有率をランダム化したミクセル分布

第2.5節では、占有率を固定したミクセル分布を扱った。しかし画像全体を統計的に考えれば、占有率がさまざまに異なったミクセルが存在することが予想される。このように占有率が固定されていない場合のミクセル分布をここでは導出する。

この場合は占有率 (a_1, \dots, a_k) を k 個のパラメータとみなし、これらを変化させることにより新たな分布を導く。ここで占有率の総和が1という制約から、 k 個の占有率パラメータの自由度は $k-1$ である。そこで $a_k = 1 - \sum_{i=1}^{k-1} a_i$ とおき、前章で導いたミクセル分布 M_k^{fix} を $k-1$ 個の独立なパラメータを持つ関数 $M_k^{\text{fix}}(x; a_1, \dots, a_{k-1})$ とみなす。

さて占有率パラメータは、あるパラメータ空間 $\Psi \in R^{k-1}$ 上、すなわち

$$\Psi = \left\{ (a_1, \dots, a_{k-1}) : \sum_{i=1}^{k-1} a_i < 1, \right. \\ \left. a_i > 0 \text{ for } i = 1, \dots, k-1 \right\} \quad (9)$$

にのみ存在する。ここで空間 Ψ 上の占有率の確率密度を $u(a_1, \dots, a_{k-1})$ とすると、占有率を確率変数として扱った場合のミクセル分布は次のようになる(ランダム化 [4])。

$$M_k(x) = \iint_{\Psi} M_k^{\text{fix}}(x; a_1, \dots, a_{k-1}) \cdot u(a_1, \dots, a_{k-1}) da_1 \cdots da_{k-1} \quad (10)$$

このようにランダム化を通して得られた式 (10) が、本研究の提案するミクセル分布 $M_k(x)$ である。

3 面積占有率分布

前章までにミクセルの統計的性質を表すミクセル分布を導出した。しかし式 (10) の $u(a_1, \dots, a_{k-1})$ の形はまだ具体的に求まっていない。本章では面積占有率分布 u について考察する。

3.1 面積占有率分布が一様分布の場合

まず最も単純で妥当な仮定を検討する。すなわち占有率パラメータ (a_1, \dots, a_{k-1}) が、 Ψ 内に一様に分布するという仮定である。ある特定の占有率が他の占有率よりも頻繁に現われるという特別な理由がない以上、この仮定は妥当なものであろう。すると Ψ 上の確率密度 u は

$$u(a_1, \dots, a_{k-1}) = \frac{1}{|\Psi|} \quad (11)$$

となる。ただし

$$|\Psi| = \int \int_{\Psi} da_1 \cdots da_{k-1} \quad (12)$$

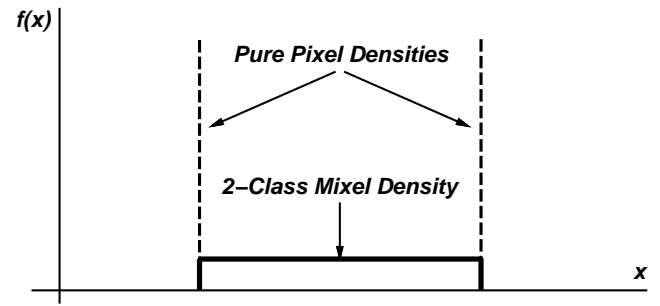


図2: ピュアピクセル分布としてデルタ関数を用いた場合の2クラスミクセル分布の例。

である。この場合は式 (10) をさらに簡単な形で表すことができる。

$$M_k(x) = \iint_{\Psi} M_k^{\text{fix}}(x; a_1, \dots, a_{k-1}) \frac{1}{|\Psi|} da_1 \cdots da_{k-1} \quad (13)$$

例6 最初に直観的に理解しやすい例を示す。まずクラス内変動が限りなく小さい場合を考える。つまりクラスに属する画素がすべて同一の画素値を持つ、完全に均質な場合を考える。このときそのクラスに対応する密度関数は、いわゆるデルタ関数で表現できる。すなわちクラス C_i の代表値を μ_i としてその密度関数は $p_i(x) = \delta(x - \mu_i)$ となる。このとき $M_2^{\text{fix}}(x; a_1)$ は

$$M_2^{\text{fix}}(x; a_1) = \delta(x - [a_1\mu_1 + (1 - a_1)\mu_2]) \quad (14)$$

と表される。また $|\Psi|$ に関しては

$$|\Psi| = \int_0^1 da_1 = 1 \quad (15)$$

となるので、 a_1 をランダム化した場合の密度関数は、 $\mu_2 > \mu_1$ とすると

$$M_2(x) = \int_0^1 \delta(x - [a_1\mu_1 + (1 - a_1)\mu_2]) \cdot 1 \cdot da_1 \\ = \int_0^1 \delta([\mu_2 - \mu_1]a_1 + x - \mu_2) da_1 \\ = \begin{cases} \frac{1}{\mu_2 - \mu_1} & \mu_1 \leq x \leq \mu_2 \\ 0 & x < \mu_1, x > \mu_2 \end{cases} \quad (16)$$

と求められる。つまり2クラスミクセル分布は区間 $[\mu_1, \mu_2]$ の一様分布となる。この結果は図2に照らして直観的に納得できるものだろう。

例7 次に正規分布の場合のミクセル分布 $M_k(x)$ を導出する。まず $k=2$ の場合を考えよう。 $a_2 = 1 - a_1$ として $M_k^{\text{fix}}(x, a_1)$ は、例4を参考にすると以下の ρ

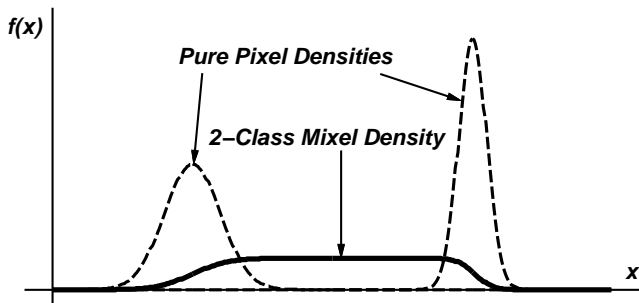


図3: ピュアピクセル分布として正規分布を用いた場合の2クラスミクセル分布の例。

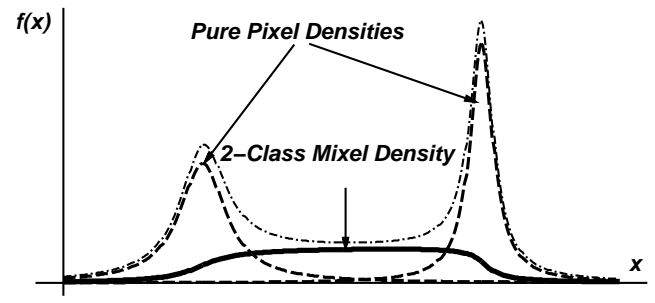


図5: ピュアピクセル分布としてコーシー分布を用いた場合の2クラスミクセル分布の例。

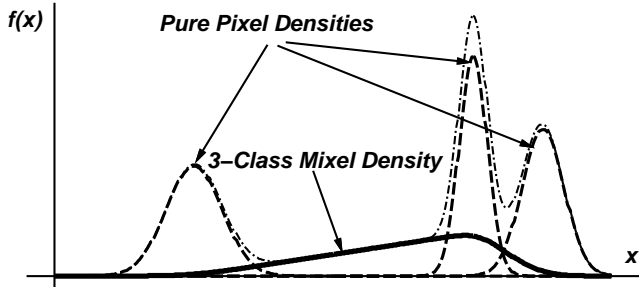


図4: ピュアピクセル分布として正規分布を用いた場合の3クラスミクセル分布の例。

ラメータを持つ正規分布 $N(\mu_m, \sigma_m^2)$ となる計算ができる。

$$\mu_m(a_1) = a_1\mu_1 + (1 - a_1)\mu_2 \quad (17)$$

$$\sigma_m^2(a_1) = a_1^2\sigma_1^2 + (1 - a_1)^2\sigma_2^2 \quad (18)$$

$|\Psi|$ に関しては式 (15) と同一となるので、結局ランダム化した場合のミクセル分布は

$$\begin{aligned} M_k(x) &= \int_0^1 M_k^{\text{fix}}(x; a_1) \cdot 1 \cdot da_1 \\ &= \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_m^2(a_1)}} \exp\left[-\frac{(x - \mu_m(a_1))^2}{2\sigma_m^2(a_1)}\right] da_1 \end{aligned} \quad (19)$$

となる。ただし $\mu_m(a_1)$ および $\sigma_m^2(a_1)$ は式 (17) および式 (18) で与えられている。しかしこの式をみればわかるように、 $M_k(x)$ を初等関数のみで表現することは困難である。そのため、ミクセル分布を計算する際には、パラメータ a_1 を適当な間隔 $\Delta L = 1/(L-1)$ で離散的に変化させ、式 (19) の積分を離散和の形に変換して計算した。以下では $L = 50$ を用いている。

ピュアピクセル分布に正規分布を用いた場合の2クラスミクセル分布の例を図3に、また3クラスミクセル分布の例を図4に示す。

例8 最後にコーシー分布についても、同様に2クラスミクセル分布を計算した例を図5に示す。

このようにして任意の k クラスミクセル分布を計算できる。しかしその形状が最も特徴的なのは2クラスミクセル分布である。その形状はデルタ関数・正規分布・コーシー分布のいずれの場合にも、中心部が平坦な特殊な形状である。このような形状をもつ関数は従来の混合密度推定では全く用いられたことがない非常に特異な形状である。しかしその特異さにもかかわらず実際のデータとの適合性は良好であり、しかも裾の重い分布を適切に表現する能力も有している。

3.2 面積占有率分布が一様分布でない場合

しかし実際の画像においては、必ずしも面積占有率分布が一様分布となる保証はないことを、ここでは定性的に考察してみよう。一様分布という仮定は、画像中の領域のスケールがセンサの解像度に比べて十分大きい場合には、かなりの程度は成立すると予想される。しかしセンサの解像度よりも小さい領域が多数存在する場合は成立しない。なぜならば小さい領域の影響によって小さい(大きい)面積占有率をもつミクセルが相対的に多くなるからである。また各クラス的面積占有率が独立でない場合も分布は異なった形状を示すだろう。しかしこのような性質を解析的に示すことは困難であるため、ここでは別の方法—すなわち衛星画像中の雲がフラクタル的な形状をしていることを利用して、非整数ブラウン運動を用いて発生させた合成画像から、ミクセル率や面積占有率分布を概算する方法を採る。

非整数ブラウン運動とはブラウン運動を一般化した運動であり、フラクタル的な波形を生成する目的に用いられる。本研究で用いたアルゴリズムは逐次ランダム加算法 [5] を2次元の画像平面に拡張した方法であり、縮小率は $1/\sqrt{2}$ のアルゴリズムである。まず大きさ $N \times N$ のフラクタル表面を生成し、この画像を適当なしきい値で2値化する。この処理により、複雑な輪郭をもつ2クラス画像を合成できる。次に解像度を $1/r$ 倍にしたセンサを用いてこの合成画像の $r \times r$ の画素ブロックを観測し、その画素ブロック中の各クラス的面積占有率を計算する。そしてこの

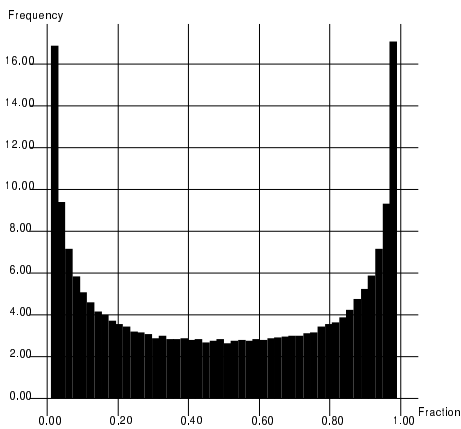


図 6: 面積占有率分布の一例。

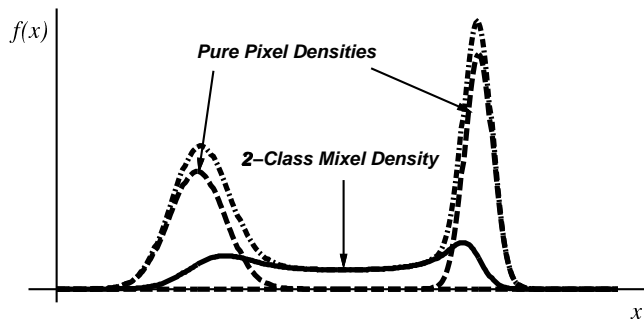


図 7: ピュアピクセル分布として正規分布を用い、面積占有率分布に図 6 を用いた場合の 2 クラスミクセル分布の例。

実験を M 回繰り返す、各回面積占有率ヒストグラムを合計することで、最終的な面積占有率分布を計算した。今回の実験で用いた値は $N = 1025$ 、 $r = 7$ 、 $M = 10$ であり、しきい値は最大値と最小値の中点である。

求められた面積占有率分布を図 6 に示す。このときのミクセル率は 10.8%、フラクタル次元は $D = 1.33$ (標準偏差 $\sigma = 0.032$) となった。図 6 から、面積占有率分布は決して一様分布とはならず、0.5 を軸としてほぼ左右対称の凹形となることがわかる。この面積占有率分布を用いた場合の 2 クラスミクセル分布の例を図 7 に示す。この図を図 3 と比較してみると、中心部が緩やかにへこんでいる点が異なる。今後はこの分布を凹型面積占有率分布と名付けて用いる。

4 実験結果

4.1 ミクセル分布の生成

まず最初に、乱数を用いてピュアピクセル分布および 2 クラスミクセル分布を発生させた。シミュレーションの方法は次の通りである。

1. 2 つのピュアピクセル分布 (正規分布) に従う確率変数 X_1 、 X_2 を発生させる。

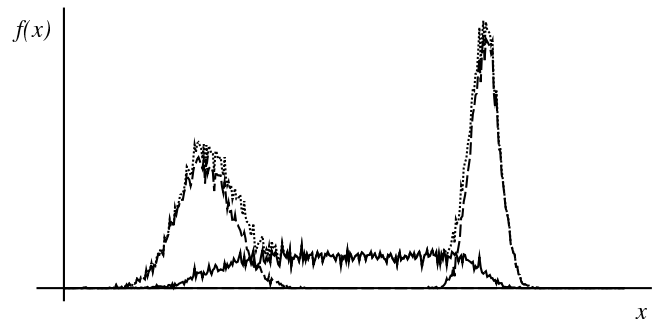


図 8: 正規分布を用いた場合の 2 クラスミクセル分布のシミュレーション。

2. 一様分布 $U(0, 1)$ に従う確率変数 A を発生させ、確率変数 $M = aX_1 + (1 - a)X_2$ を計算する。
3. 1 と 2 を R 回繰り返す、 X_1 、 X_2 および M のヒストグラムを表示する。

シミュレーションの結果を図 8 に示す。ここでは $R = 10000$ としている。この図を図 3 と比較すると、シミュレーションの結果が理論的に予測された 2 クラスミクセル分布とよく一致していることがわかる。その他コーシー分布についてもシミュレーションと理論との一致を確認した。

4.2 衛星画像の分類

実際の画像として気象衛星 NOAA の AVHRR センサで観測した画像 (チャンネル 5、 256×256) を対象とし、本研究で提案した手法を適用した。その手法の処理の流れを以下に簡単に示す。

1. 画像のヒストグラムを計算し、スケールスペースを用いた初期値推定法 [6] により各混合密度のパラメータの初期値を推定する。
2. 最初はピュアピクセル分布のみの混合密度とし、EM アルゴリズム [7] を用いてパラメータを最適化する。
3. ベイズの決定則により各画素をピュアピクセルとして仮分類し、各クラスの隣接関係からそれぞれのミクセル数を概算する。
4. 得られたミクセル数から新たなパラメータ初期値を決定し、今度はミクセル分布も含む混合密度に対して、もう一度 EM アルゴリズムを適用して全パラメータを最適化する。
5. 再びベイズの決定則を適用し、最終的に各画素をピュアピクセルかミクセルに画素単位に分類する。

ここではページ数の都合上各処理の詳しい説明は省略する [8]。

混合密度推定結果と分類結果とを図 9 に示す。ピュアピクセル分布数は 3 と前もって設定した。この時ミクセル分布数は ${}_3C_2 = 3$ となる。3 手法の結果を

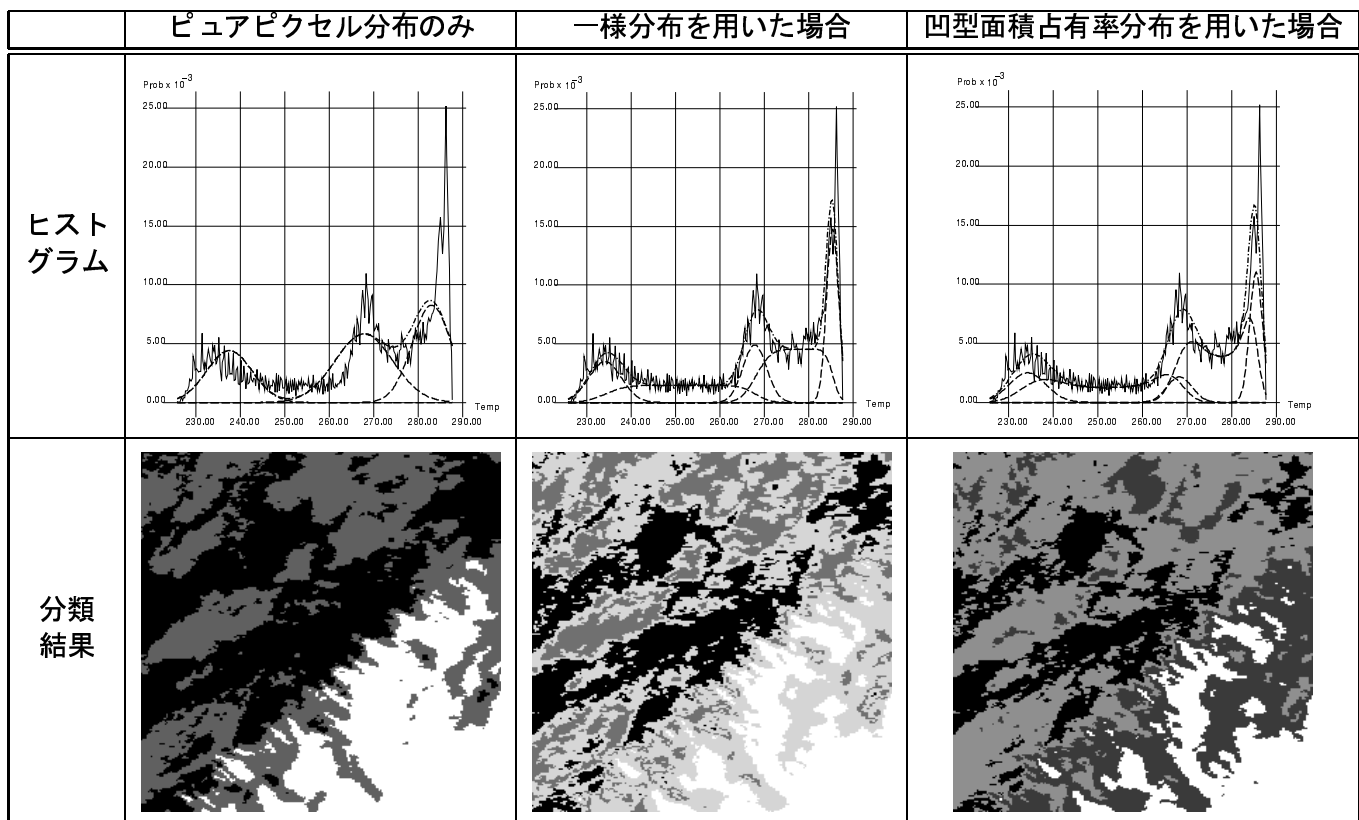


図9: 混合密度推定結果。上が画像ヒストグラム(実線)と推定された混合密度(点線)を示す。この結果を用いてベイズの決定則にしたがって分類した結果を下図に示す。おおよそ白が雲領域、黒が海領域に対応している。

比較すると、ミクセル分布を用いた場合の混合密度推定の方が、ヒストグラムを混合密度としての確に表していると評価できる。特に注目すべき点は、従来「裾の重い」分布として指摘されてきたヒストグラムの平坦な部分が、ミクセル分布によく当てはまる点である。従来はヒストグラムの裾が重い原因は、ヒストグラムを構成している密度関数自体の裾が重いところにあると思われてきた。しかし正規分布のようにすみやかに減衰する密度関数を用いても、そのミクセル分布は十分に裾の重い分布を再現することができる。このことから本研究では、裾の重さはセンサの解像度が有限であることに起因するミクセルの存在も大きな原因となっている、という新たな解釈を提案したい。

5 まとめ

ミクセルが存在する場合の混合密度推定問題に対し、新たにミクセル分布を理論的に導出し、その分布を実際のリモートセンシング画像に適用した。しかし現段階では、ある画素がミクセルである可能性が高いとは言えても、その内部の各クラスの面積占有率を求めることができない。この点は今後の重要な課題である。

参考文献

- [1] Choi, H.S., Haynor, D.R., and Kim, Y. **Partial Volume Tissue Classification of Multichannel Magnetic Resonance Images — A Mixel Model.** *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol. 10, No. 3, pp. 395–408, 1991.
- [2] Raffy, M. **Heterogeneity and Change of Scale in Models of Remote Sensing. Spatialization of Multi-Spectral Models.** *International Journal of Remote Sensing*, Vol. 15, No. 12, pp. 2359–2380, 1994.
- [3] Crapper, P.F. **An Estimate of the Number of Boundary Cells in a Mapped Landscape Coded to Grid Cells.** *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol. 50, No. 10, pp. 1497–1503, 1984.
- [4] フェラー, W. **確率論とその応用II.** 紀伊国屋書店, 1969.
- [5] Voss, R.F. **Random Fractal Forgeries.** In Earnshaw, R.A., editor, *Fundamental Algorithms for Computer Graphics*, pp. 805–835. Springer-Verlag, 1985.
- [6] Carlotto, M.J. **Histogram Analysis Using a Scale-Space Approach.** In *CVPR'85*, pp. 334–340, 1985.
- [7] Redner, R.A. and Walker, H.F. **Mixture Densities, Maximum Likelihood and the EM algorithm.** *SIAM Review*, Vol. 26, No. 2, pp. 195–239, 1984.
- [8] 北本朝展, 高木幹雄. **ミクセルが存在する場合の混合分布推定.** In *1995 年秋情報処大全*, Vol. 1, pp. 17–18, 1995.